

Fractal lineal cruz y modelos de probabilidad en estadística circular, para educación y seguridad ciudadana.

Isa Massa, Fernando Gustavo

FRT-UTN Universidad tecnológica nacional – Facultad Regional Tucumán.
Moreno 935, San Miguel de Tucumán- Tucumán, Argentina
ferim74@yahoo.com.ar

Resumen- La educación como sabemos es el eje del crecimiento y desarrollo; y de una verdadera humanidad. El fractal cruz es un modelo de geometría fractal, que se usa para derivar datos discretos, y encontrar junto a un nuevo modelo de estadísticas circulares; la probabilidad de uniformidad de la serie de datos. También útil en la predicción de la continuación de la serie de datos. El segundo modelo denominado estadística circular es demostrado con integrales y límites y encuentra razón en la predicción de dramas sociales como lo son: la violencia contra las mujeres, la delincuencia, la trata de personas y secuestro extorsivo.

Palabras Clave- educación, estadística circular, fractales, seguridad ciudadana

Abstract- Education as we know is the axis of growth and development; and a true humanity. The cross fractal is a fractal geometry model, which is used to derive discrete data, and find together with a new circular statistical model; the probability of uniformity of the data series. Also useful in predicting the continuation of the data series. The second circular statistical model is demonstrated with integrals and limits and finds reason in the prediction of social dramas such as: violence against women, crime, human trafficking and kidnapping for extortion.

Keywords- education, circular statistics, fractal, citizen security.

Mathematical Subject Classification: 46N30,28A80

I. INTRODUCCIÓN

Se demuestra matemáticamente con ayuda de un nuevo fractal, la derivada de datos discretos y sus implicancias en distintas áreas, entre ellas, la educación para colaborar de esa manera al crecimiento científico y tecnológico y aportar al crecimiento uniforme de los pueblos. Estas demostraciones son ayudadas con corolarios, para una correcta interpretación.

Los modelos de estadística circular: el primero refuerza la predicción y el segundo es demostrado con integrales y límites.

II. TEOREMAS

A – Teorema fractal cruz y derivada de datos discretos

Si existe un eje de coordenadas cartesianas y deducibles en el círculo, entonces el fractal lineal que corta en dos sus ejes de abscisas en forma de auto similitud y con dimensión

fractal es la derivada de datos discretos de cada dato que se origina de otro dato dentro del círculo y el fractal cruz.

Demostración

Veamos las condiciones necesarias y suficientes de los fractales lineales que son la auto similitud y la dimensión fractal. La auto similitud se demuestra en forma gráfica en su repetición estadística y la dimensión pasamos a calcularla a continuación:

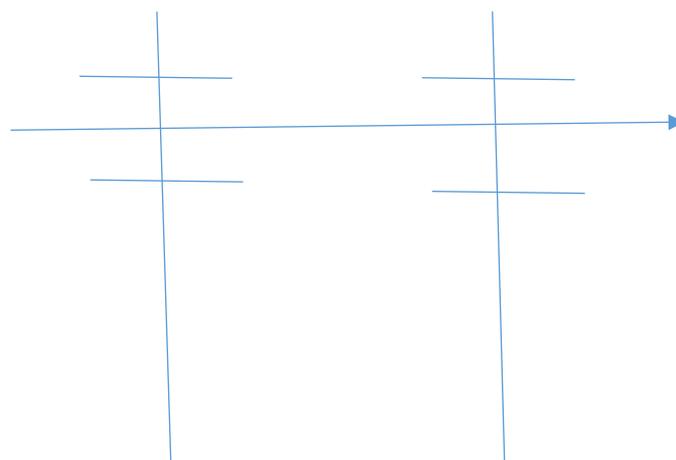


Fig. 1 Autosimilitud

Definiciones de Euclides referidas a la demostración

Definición 10

Usando una línea recta que está sobre otra hace que los ángulos adyacentes sean iguales, cada uno de los ángulos es recto, y la recta que está sobre la otra se llama perpendicular a la otra recta.

probabilidad en el círculo de esta serie de datos es (Ei es la esperanza matemática):

Definición 11

Un ángulo obtuso es un ángulo mayor que un ángulo recto.

Definición 12

Un ángulo agudo es un ángulo menor que un ángulo recto.

El eje de coordenadas cartesianas es dividido en dos en cada uno de los ejes de las abscisas, una y otra vez cambiando o rotando la orientación en 90°.

Euclides plantea 5 nociones comunes:

1. Dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí. (la propiedad transitiva de una relación euclidiana).
2. Si a cosas iguales añadimos cosas iguales, las totales son iguales. (La propiedad de la suma de la igualdad).
3. Si a cosas iguales quitamos cosas iguales, los restos son iguales. (Propiedad de igualdad de la resta).
4. Las cosas que se superponen son iguales. (propiedad reflexiva)
5. El todo es mayor que la parte.

De esta manera se demuestra la auto similitud en forma gráfica (Euclides. Libro 1).

La dimensión fractal pasamos a demostrar.

$N \cdot \zeta F^d$

N: Número de copias

F: Factor de reducción

D: Dimensión

En nuestro fractal tenemos 3 copias y el factor de reducción es 2 cortes

$$D = \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$D = 1,584962$$

Por lo tanto, demostramos que es una dimensión fractal al ser un valor no entero.

Definición de fractal lineal: Los fractales lineales son aquellos que se construyen con un cambio en la variación de sus escalas, es decir, son exactamente idénticos en todas sus escalas hasta el infinito (auto similitud). Son curvas lineales y con una dimensión no entera.

B – Teorema de test de estadística circular

Si existe una serie de datos en el círculo con una cantidad limitada de estos datos y valores con una distancia matemática entre lo observado y lo esperado, entonces la

Demostración
Extremos relativos

Sin Ei = 0

$$P_r = 1 - \zeta + \left(\frac{\sin O_2 - 0}{\sin O_2} \right) + \dots + \left(\frac{\sin O_n - 0}{\sin O_n} \right) / k$$

$$P_r = \zeta 1 - \left(\frac{\sin O_2}{\sin O_2} + \frac{\sin O_2}{\sin O_2} + \dots + \frac{\sin O_n}{\sin O_n} \right) / k$$

Numerador y denominador iguales entonces cociente igual 1

$$P_r = 1 - \zeta \underbrace{(1+1+\dots+1)}_{ik} / k$$

$$P_r = 1 - \zeta k/k$$

$$P_r = 0$$

Si la distancia entre lo observado y lo esperado tiende a $\pi/2$, entonces se espera una probabilidad baja y es porque esta distancia es alta. Esto es debido a que Sin Ei = 0 y Ei=0, entonces Oi = $\pi/2$ y su distancia Euclidiana es $\pi/2$.

Sin Ei = 1

Entonces Sin Oi = 1

$$P_r = 1 - \zeta + \left(\frac{0}{\sin O_2} \right) + \dots + \left(\frac{0}{\sin O_n} \right) / k$$

$$P_r = 1 - \zeta 0 = 1$$

Si la distancia entre lo observado y lo esperado es mínima o tendiendo a cero, entonces la probabilidad es alta porque los datos están cercanos entre si

Debe tenerse en cuenta que sin Ei \geq sin Oi para todo i

$$0 \leq P_r \leq 1$$

$$0 \leq Ei \leq 2\pi$$

$$0 \leq Oi \leq 2\pi$$

$$Oi \neq 0, \pi, 2\pi$$

Corolario 1

El límite de la probabilidad que tiende a $\pi/2$ es 1

$$\lim_{O_i, E_i \rightarrow \pi/2} Pr = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (\sin E_i \cdot \sin O_i)}{\sin^4 O_n} = 1$$

Entonces se demuestra que para el fractal es concebible el giro de $\pi/2$ hacia su derecha o hacia su izquierda, ya que su probabilidad tiende a la certeza

Corolario 2

Demostrar derivada de datos discretos en fractal con la ayuda de probabilidad de estadística circular
Proponemos un valor constante y sin cambios para E_i

$$Pr = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1-x}{1} \right)}{k}$$

$$Pr = 1 - (k - k \cdot x) / k$$

$$Pr = 1 - (1 - x)$$

$$Pr = x$$

Por lo tanto, no hay variación o cambio con datos constantes, pero si los valores de E_i u O_i son variables podemos esperar una derivada de datos discretos en el fractal cruz.

Corolario 3

Si la probabilidad en forma de test tiene un punto de inflexión, este será

Demostración 
 O_i es la variable

$$Pr = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (\sin O_{2i} - \sin E_{2i})}{\sin^2 O_{2i}} + \dots + \frac{\sum_{i=1}^k (\sin O_n - \sin E_n)}{\sin^2 O_n} / k$$

Primera derivada

$$\frac{dPr}{dO_i} = \frac{\sum_{i=1}^k (\cos E_{2i} \cdot \cos O_{2i})}{\sin^2 O_{2i}} + \dots + \frac{\sum_{i=1}^k (\cos E_n \cdot \cos O_n)}{\sin^2 O_n} / k$$

Segunda derivada

$$= \frac{\sum_{i=1}^k (\sin E_n \cdot \sin O_n)}{\sin^4 O_n} / k$$

Igual a 0

$$0 = \left(\frac{\sin E_1 \cdot \sin O_1}{\sin^4 O_1} \right) + \left(\frac{\sin E_2 \cdot \sin O_2}{\sin^4 O_2} \right) + \dots + \left(\frac{\sin E_n \cdot \sin O_n}{\sin^4 O_n} \right)$$

Una suma de positivos iguales a cero se deduce que cada miembro de la suma es igual a cero, entonces cada numerador es igual a cero.

$$\left(\frac{\sin E_i \cdot \sin O_i}{\sin^4 O_i} \right) = 0$$

$$O_i = \frac{\pi}{2}$$

$$E_i = \frac{\pi}{2}$$

Por lo tanto concluimos que la máxima derivada de datos discretos en un punto de inflexión $\frac{\pi}{2}$, genera una rotación en 90° del eje hacia la derecha o izquierda.

C - Teorema modelo de estadística circular

Si el agrupamiento de datos en estadística circular con funciones senos y cosenos y con un valor mayor me da una probabilidad, entonces

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n \cos y_i - \text{MAX} \cos y_i}{(n-1) \cdot \text{MAX} \cos y_i}$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^{n/2} \cos z_i - \text{MAX} \cos z_i}{(n/2-1) \cdot \text{MAX} \cos z_i}$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^{n/4} \cos z_i - \text{MAX} \cos z_i}{(n/4-1) \cdot \text{MAX} \cos z_i}$$

$$P_a = \frac{P}{4}$$

$$0 < P_a < 1$$

Demostración 1  
Primer cuadrante

$$\frac{1}{\sin \frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x_i d x_i = \frac{-\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0}{\sin \frac{\pi}{2}} = 1$$

Segundo cuadrante

$$\frac{1}{\cos \pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos y_i d y_i = \frac{\sin \pi - \sin \frac{\pi}{2}}{\cos \pi} = 1$$

Tercer cuadrante

$$\frac{1}{\sin \frac{3\pi}{2}} \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin p_i d p_i = \frac{-\cos \frac{3\pi}{2} + \cos \pi}{\sin \frac{3\pi}{2}} = 1$$

Cuarto cuadrante

$$\frac{1}{\cos 2\pi} \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \cos z_i d z_i = \frac{\sin 2\pi - \sin \frac{3\pi}{2}}{\cos 2\pi} = 1$$

Demostración 2

Usando los extremos de límites

1 - Mayores extremos

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n1} \sin x_i - MAX \sin x_i \right)}{(n1-1) \cdot MAX \sin x_i} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n2} \cos y_i - MAX \cos y_i \right)}{(n2-1) \cdot MAX \cos y_i} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n3} \sin p_i - MAX \sin p_i \right)}{(n3-1) \cdot MAX \sin p_i} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n4} \cos z_i - MAX \cos z_i \right)}{(n4-1) \cdot MAX \cos z_i} = 1$$

2 - Aplico límite a los extremos inferiores

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n1} \sin x_i - MAX \sin x_i \right)}{(n1-1) \cdot MAX \sin x_i} = \frac{0}{0}$$

Indeterminación aplico L'Hopital de  

Y obtengo = 1

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n2} \cos y_i - MAX \cos y_i \right)}{(n2-1) \cdot MAX \cos y_i} = \frac{0}{0}$$

Indeterminación aplico L'Hopital de  

Y obtengo = 1

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n3} \sin p_i - MAX \sin p_i \right)}{(n3-1) \cdot MAX \sin p_i} = \frac{0}{0}$$

Indeterminación aplico L'Hopital de  

Y obtengo = 1

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n4} \cos z_i - MAX \cos z_i \right)}{(n4-1) \cdot MAX \cos z_i} = \frac{0}{0}$$

Indeterminación aplico L'Hopital de  

Y obtengo = 1

Corolario 4

Una forma parecida a probabilidad de agrupamiento es de la forma

$$P = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n2} \sin y_i - \text{MAX} \sin y_i \right)}{(n2-1) \cdot \text{MAX} \sin y_i} + \frac{\left(\sum_{i=1}^{n4} \sin z_i - \text{MAX} \sin z_i \right)}{(n4-1) \cdot \text{MAX} \sin z_i}$$



Fig. 2 Primera aproximación

$$(0,16 \cdot 360^\circ) / 1 = 57,6^\circ$$

Donde cambio el orden de los senos y cosenos en cada cuadrante la probabilidad también se demuestra

$$P_a = \frac{P}{4}$$

$$0 < P_a < 1$$

La razón por la que se llega a esto es por la naturaleza de los senos y cosenos, que varían entre 0 y 1, por lo tanto se espera que la probabilidad también se fluctúe entre 0 y 1 de P_a . No importa el orden en los cuadrantes.

Corolario 5

La probabilidad de agrupamiento es mayor cuando los datos se acercan a los ejes.

Corolario 6

La probabilidad de agrupamiento es mayor para datos cercanos o próximos entre si

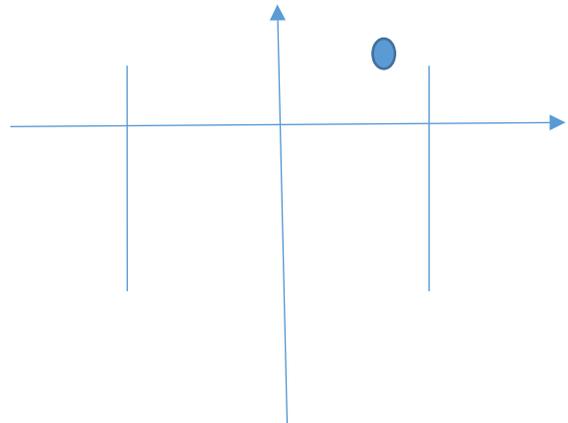


Fig. 3 Primera derivada 28°

III. DEMOSTRACIONES EN LA PRÁCTICA CON EJEMPLOS.

A - Educación para fractal cruz y derivada de datos discretos

Según  la violencia de la familia, entre otros detonantes, es crucial en la violencia social y escolar del niño o adolescente.

Hipótesis 1: La violencia en la vida del estudiante y sin importar su procedencia influye en su comportamiento.

Tabla I
Violencia y sus causas (2008-2009)

	Física	Verbal	Social
Familia	0,16	0,17	0,19

Por (1)

$$P_r = 1 - \frac{((\sin(57,6^\circ) - \sin(28^\circ)) / \sin(57,6^\circ))}{1} = 0,55602$$

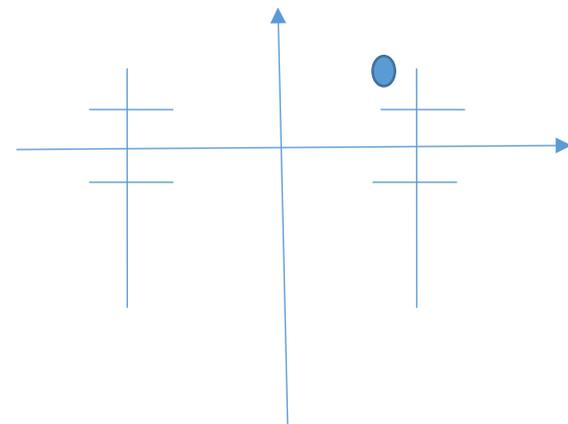
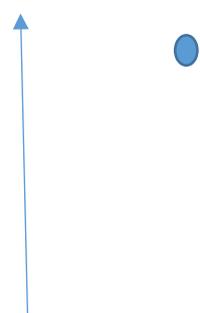


Fig. 4 Segunda derivada 104°



$$0,64564 = 232^\circ$$

$$0,44931 = 161^\circ$$

$$P_r = 1 - \hat{i} ((\sin(57,6^\circ) - \sin(28^\circ))/\sin(57,6^\circ) + (\sin(104^\circ) - \sin(57,6^\circ))/\sin(104^\circ)) / 2$$

$$P_r = \hat{i} 0,51993$$

Por los datos de la primera y segunda derivada y su probabilidad, podemos inferir que no existe evidencia empírica que rechace la hipótesis de que la violencia en sus distintos estamentos: física, verbal o social son indicadores de mal comportamiento de los niños y adolescentes en el colegio y socialmente.

Esto es debido a que no existe en el cálculo de las derivadas, distancia grande entre sus valores.

La relación existente entre la derivada de datos discretos y su probabilidad como función de demostración de la misma, es que esta derivada cambia de valor de cuadrante en cuadrante a medida que se van cortando los ejes en otros ejes con rotaciones de 90° hacia la derecha o izquierda y la función de probabilidad es una abstracción de dicha rotación al analizar los diferentes valores que se originan en los nuevos y antiguos cuadrantes ya que este modelo de probabilidad es de estadística circular.

B – Seguridad ciudadana

Simulación de la normal en Excel con números pseudo aleatorios en índice de criminalidad. Se considera una media de 67,24 para Perú y de 53,9 para México, sacado de 

Hipótesis 2: La delincuencia en Perú no variaría y se incrementa

Perú (Media= 0,6724 desvío 0,1)

$$0,6396995 = 230^\circ$$

$$0,62291511 = 224^\circ$$

$$0,72126241 = 259^\circ$$

$$0,64463975 = 232^\circ$$

$$0,47000335 = 169^\circ$$

$$(0,6396995 \cdot 360^\circ) / 1 = 230^\circ$$

$$P_a = \hat{i} ((\sin(230^\circ) + \sin(224^\circ) + \sin(232^\circ)) / (3 \cdot \sin(259^\circ))) + (\cos(169^\circ) / \cos(169^\circ)) / 2$$

$$P_a = \hat{i} 0,65365$$

Lo que sugiere una alta probabilidad de criminalidad en Perú, y debido a la cercanía de los datos en la simulación lo que sugiere un desvío pequeño. Entonces hipótesis convalidada

Hipótesis 3: La delincuencia en México no variaría y se incrementará
México (Media 0,539 desvío 0,1).

$$0,43290 = 155^\circ$$

$$0,59647 = 214^\circ$$

$$0,44993 = 162^\circ$$

$$P_a = \hat{i} ((\cos(155^\circ) + \cos(161^\circ)) / (2 \cdot \cos(162^\circ)) + (\sin(214^\circ) / \sin(232^\circ))) / 2$$

$$P_a = \hat{i} 0,84159$$

Entonces el índice de criminalidad en México se pronostica será más alto debido a un desvío pequeño en la serie de datos lo que conlleva a datos cercanos. Por lo tanto comprueba hipótesis.

C – Violencia contra las mujeres

Sobre un total de 63202 llamadas de urgencia por casos de violencia en Argentina, estos son los valores porcentuales por mes tomados en base a esa cifra total. Sacado de 

Hipótesis 4: La violencia contra las mujeres tendrá un alto incremento y se mantendrá en los valores promedios.

Tabla II
Casos de violencia en porcentaje sobre el total [12]

Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Cifra	0,166	0,156	0,1916	0,1783

$$(0,166 \cdot 360^\circ) / 1 = 60^\circ$$

$$P_a = \hat{i} ((\sin(60^\circ) + \sin(56^\circ) + \sin(64^\circ)) / (3 \cdot \sin(69^\circ))) / 1$$

$$P_a = \hat{i} 0,92613$$

Por lo tanto la violencia contra las mujeres tiene una alta probabilidad de incrementarse y mantenerse cercanos los valores promedios por mes. La hipótesis se comprueba.

D – Trata de personas

Sobre un total de 24000 casos de trata de personas en el mundo en 2016 que se tomará como total y los años anteriores porcentuales de ese total. Sacado de 

Tabla III
Casos de trata de personas [11]

Año	2007	2009	2011	2013
Porcentaj e	0,5	0,652	0,583	0,7083

$$(0,5 \cdot 360^\circ) / 1 = 180^\circ$$

Hipótesis 5: La cantidad de delito de trata aumentará y se espera para valores cercanos una alta probabilidad.

$$P_a = \hat{i} ((\sin(180^\circ) + \sin(234^\circ) + \sin(209^\circ)) / (3 \cdot \sin(254^\circ))) / 1$$

$$P_a = \hat{i} 0,44865$$

Entonces concluimos, que si bien la probabilidad no es muy alta, la tendencia es que continúen creciendo los casos de trata de personas en el mundo. La hipótesis se convalida.

IV. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Las matemáticas que se presentan como modelos originales de ciencia básica, tienen como objeto ayudar a la comprensión y desarrollo de soluciones a problemas actuales y de muy difícil abordaje. Es una obligación moral de la comunidad científica aportar a la correcta interpretación y resolución de tales problemas para beneficio del sistema sociedad.

V. AGRADECIMIENTOS

A mi familia y amigos, Rodolfo Calderón, Luis Sacaba, Ing. Gustavo Carrasco, Dr. Ing. Jorge Perera, Ing. Ricardo Adra, Candidato a Dr. Rodríguez, Candidato a Dr. Arturo López, a mi amigo Marcos Fajardo, a todo el comité JOOM. A todos ellos muchas gracias .

REFERENCIAS

- [1] Índice de criminalidad por países del mundo en tasas <https://es.numbeo.com/criminalidad/clasificaciones-por-pa%C3%ADs> Consultado 1 de diciembre 2022.
- [2] Violencia en la sociedad que repercute en la escuela <https://seguridad.nexos.com.mx/violencia-que-se-reproduce-familia-comunidad-y-escuela/> Consultado 3 de diciembre de 2022
- [3] Walpole, Myers, Myers, Ye, “*Probabilidad y estadísticas para ingeniería y ciencias*”, Editorial Pearson Prentice Hall.. Octava edición. España, 2000
- [4] Leithold, “El cálculo con geometría analítica”. Editorial Eccega.
- [5] Vicent Martínez, Fernando Ballesteros, Silvestre Paredes; “*Fractales y caos la aventura de la complejidad*”, Editorial Guadalmazán, 2016.
- [6] Fractales_lineales Disponible en: <https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/mrodprv/fractales/fractales-lineales/>. Consultado 25 de Noviembre 2022.
- [7] Douglas C. Montgomery, George C. Runger. “*Probabilidad y Estadística aplicada a la Ingeniería*” Editorial Limusa, 2002.
- [8] Ron Larson. “*Cálculo tomo 1.*” Editorial Cengage Learning , 2015.
- [9] T. M. Apostol. “*Calculus: cálculo con funciones de una variable con una introducción al Álgebra Lineal*” Vol. 1, Editorial Reverte, 1972.
- [10] Benoit Mandelbrot, “*Los objetos fractales: Forma, Azar y Dimensión*”. Editorial Círculo de Lectores, 1997.
- [11] Trata de personas por el mundo <https://www.epdata.es/datos/trata-personas-mundo-datos-graficos/427> Consultado 9 de diciembre de 2022.
- [12] Violencia contra las mujeres datos de Argentina <https://www.argentina.gob.ar/generos/linea-144/datos-publicos-de-la-linea-144-2022> Consultado 7 de diciembre de 2022. Gobierno de Argentina.
- [13] Roberto Simson “*Los seis primeros libros y el undécimo, y duodécimo de los elementos de Euclides*”, editorial Maxtor, Madrid, España, 2014.